Universidad Maimónides

Estadística Aplicada

Universidad Maimónides
2016

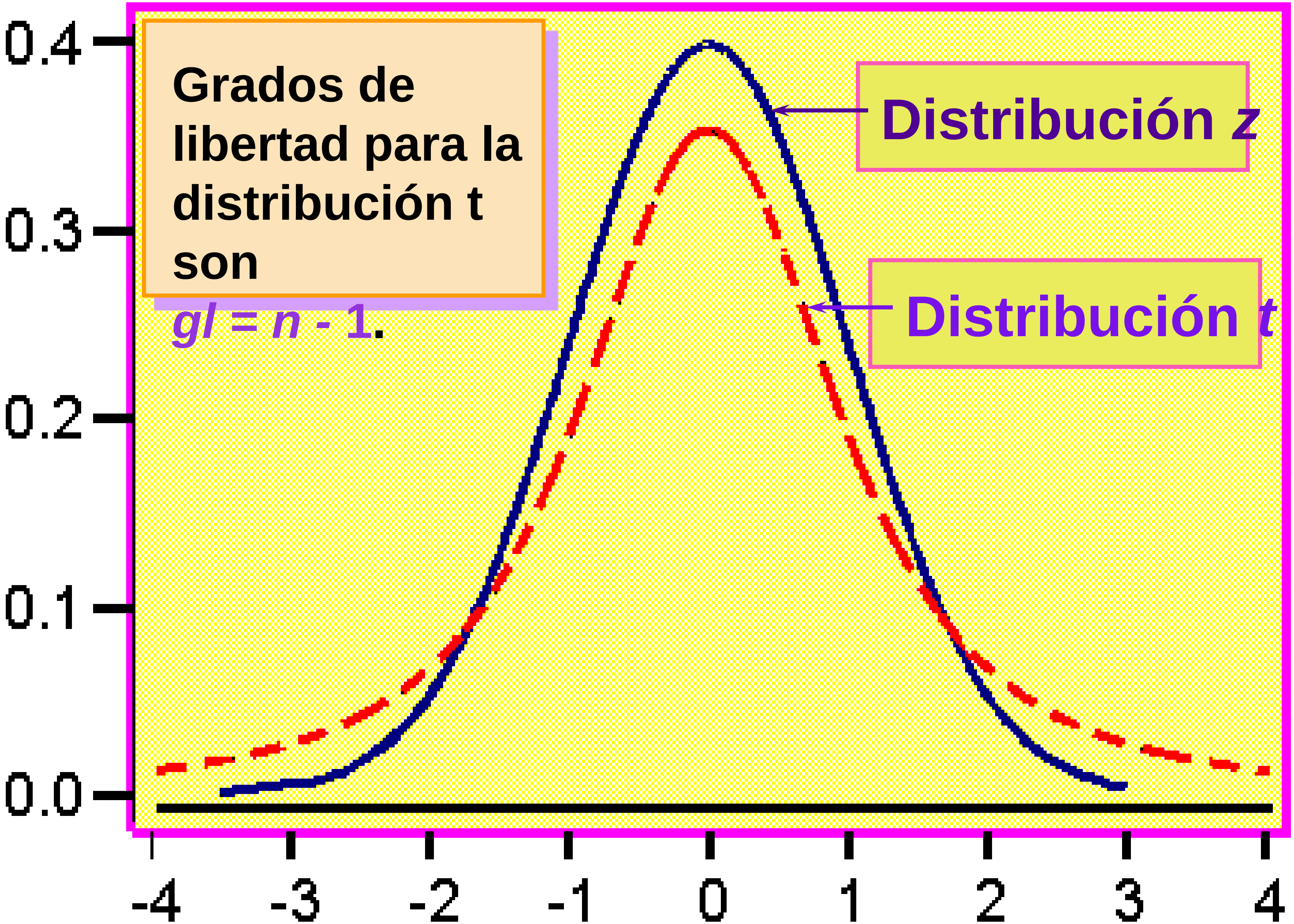
Clase 7 – Contraste de Hipótesis Muestra Pequeña

Pedro Elosegui

Características de la distribución *t* de Student

- La distribución *t* tiene las siguientes propiedades:
  - es continua, tiene forma de campana y es simétrica respecto al cero como la distribución *z*.
  - existe una familia de distribuciones *t* que comparten una media de cero pero con desviaciones estándar diferentes.
  - la distribución *t* está más dispersa y es más plana en el centro que la distribución *z*, pero se acerca a ella cuando el tamaño de la muestra crece.

Grados de libertad para la distribución t son *gl = n - 1*.



Prueba para la media poblacional: muesra pequeña, desviación estándar poblacional desconocida

- El estadístico de prueba para el caso de una muestra está dado por:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

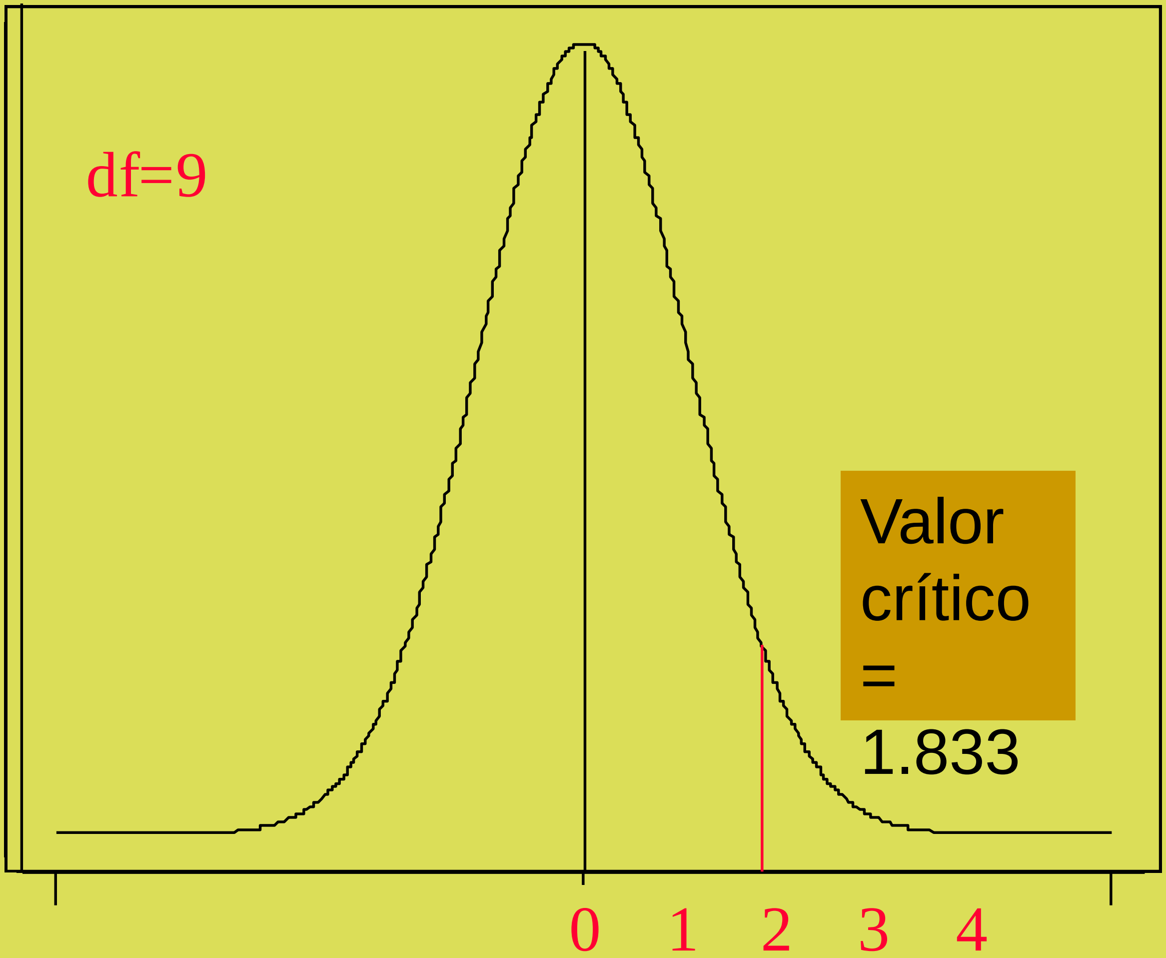
EJEMPLO 1

- La tasa actual para producir fusibles de 5 amp en Neary Electric Co. es 250 por hora. Se compró e instaló una máquina nueva que, según el proveedor, aumentará la tasa de producción. Una muestra de 10 horas seleccionadas al azar el mes pasado indica que la producción media por hora en la nueva máquina es 256, con desviación estándar muestral de 6 por hora. Con .05 de nivel de significancia, ¿puede Neary concluir que la nueva máquina es más rápida?

EJEMPLO 1 *continuación*

- Paso 1: $H_0: \mu \leq 250$ $H_1: \mu > 250$
- Paso 2: H_0 se rechaza si t >1.833, gl = 9
- Paso 3: $t = [256 - 250] / [6 / \sqrt{10}] = 3.16$
- Paso 4: H_0 se rechaza. La nueva máquina es más rápida.

Gráfica que muestra la región de rechazo, el valor crítico y el estadístico de prueba calculado



Región de rechazo de .05

t=3.16

NOTA

- Para una prueba de dos colas con la distribución *t,* se rechaza la hipótesis nula cuando el valor del estadístico de prueba es mayor que $t_{n-1,\alpha/2}$

o si es menor que - $t_{n-1,\alpha/2}$

- Para una prueba de cola izquierda con la distribución *t,* se rechaza la hipótesis nula cuando el valor del estadístico de prueba es menor que - $t_{n-1,\alpha/2}$

Comparación de dos medias poblacionales

- Para realizar esta prueba se requieren tres suposiciones:
  - las poblaciones deben tener una distribución normal o normal aproximada
  - las poblaciones deben ser independientes
  - las variancias de las poblaciones deben ser iguales

Variancia muestral combinada y estadístico de prueba

- Variancia muestral combinada:

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- Estadístico de prueba:

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

EJEMPLO 2

- Un estudio EPA reciente compara la economía de combustible en carretera de los automóviles nacionales e importados. Una muestra de 15 autos nacionales reveló una media de 33.7 mpg con desviación estándar de 2.4 mpg. Una muestra de 12 autos importados indicó una media de 35.7 mpg con desviación estándar de 3.9. Para .05 de nivel de significancia, ¿puede EPA concluir que el consumo de las mpg para los autos importados es mayor? *(Asocie el subíndice 1 con los autos nacionales.)*

EJEMPLO 2 *continuación*

- Paso 1: $H_0: \mu_2 \leq \mu_1$ $\qquad H_1: \mu_2 > \mu_1$

- Paso 2: H_0 se rechaza si t>1.708, gl=25

- Paso 3: t=-1.64 (verifique)

- Paso 4: H_0 no se rechaza. La evidencia muestral es insuficiente para asegurar que el consumo de mpg es más alto en los autos importados.

Pruebas de hipótesis con observaciones por pares

- Las muestras independientes que no están relacionadas.
- Las muestras dependientes se toman de a pares o están relacionadas de alguna manera.
  - Por ejemplo, si se desea comprar un auto se busca el *mismo* modelo en dos (o más) distribuidores *diferentes* y se comparan los precios.
- Use la siguiente prueba cuando las muestras son dependientes:

Pruebas de hipótesis con observaciones por pares

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}}$$

- donde $\bar{d}$ es el promedio de las diferencias
- s_d es la desviación estándar de las diferencias
- n es el número de pares (diferencias)

EJEMPLO 3

- Una empresa independiente de pruebas estadísticas compara el costo diario de renta de un auto compacto en Hertz y en Avis. Se obtiene una muestra aleatoria de ocho ciudades con la siguiente información. Para .05 de nivel de significancia, ¿puede la empresa de pruebas concluir que existe una diferencia en los costos de renta?

EJEMPLO 3 *continuación*

Cuidad	Hertz ($)	Avis ($)
Atlanta	42	40
Chicago	56	52
Cleveland	45	43
Denver	48	48
Honolulu	37	32
Kansas City	45	48
Miami	41	39
Seattle	46	50

EJEMPLO 3 *continuación*

- Paso 1: $H_0: \mu_d = 0 \qquad H_1: \mu_d \neq 0$
- Paso 2: H_0 se rechaza si t<-2.365 o t>2.365
- Paso 3: $t = (1.00) / [3.162 / \sqrt{8}] = .89$
- Paso 4: H_0 no se rechaza. No existe diferencia en los costos.